TD 1 - Applications

Exercice 1 ***(indications)***

1) f est définie aux points où son dénominateur ne s'annule pas : c'est-à-dire lorsque h est non nulle.

(a) On étudie dans l'ordre : le domaine de définition, puis le domaine de dérivabilité de h.

(b) On calcule la dérivée de h et on étudie son signe.

(c) On en déduit les variations de h sur son domaine de définition.

(d) À l'aide du calcul de $h(x)$ pour certains x bien choisis et/ou de l'étude d'éventuelles limites, on montre que h ne s'annule jamais.

2)

3) Avec le calcul de la dérivée.

4) On pourra utiliser les croissances comparées et/ou factoriser par le terme dominant au numérateur et au dénominateur en cas de forme indéterminée.

5) À l'aide des variations et des limites. On parle de maximum ou de minimum lorsque la valeur est **atteinte** pour un x donné.

6) Ne pas oublier les asymptotes, tangentes horizontales... Tracer aussi la tangente en 0 qui est un point remarquable.

Exercice 2 ***(indications)***

1)

2)

3) L'étude du signe de la dérivée fait intervenir le signe de $x(\ln x - 1) - 1$.
Pour trouver ce signe, on étudie les variations de cette fonction auxiliaire et on trace son tableau de variation (il n'est pas nécessaire de faire le tableau *complet*). On en déduit son signe.

4) On peut couper la fraction en deux et utiliser les croissances comparées.

5)

6)(a) Reconnaître la limite d'un taux de variation et donc le calcul de la dérivée d'une certaine fonction.

(b)

7) Une fonction est continue en un point, lorsqu'elle est égale à sa limite en ce point.
Par exemple, $\widetilde{g}$ est continue en 0, si $\widetilde{g}(0) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x \neq 0}} \widetilde{g(x)}$

8) On rappelle qu'une fonction est dérivable en un point si son taux de variation au point considéré admet une limite finie.
On revient à cette définition, lorsque les *théorème généraux* sur les fonctions usuelles ne sont pas applicables.

9)